

Correction du problème Millet-3 : Un train de retard

- **Choix des inconnues** : notons D la distance totale en km, v la vitesse normale en km/h et T le temps normal en h pour parcourir la distance D à la vitesse v .

- **Analyse du problème** :

Le retard de 1 h 15 min est dû à l'arrêt de 30 min puis la vitesse réduite sur le reste du parcours.

La vitesse réduite est donc responsable de 45 min = 0,75 h de retard.

Si nous notons d la distance restante après l'arrêt, nous avons donc :

$$\frac{d}{v} + 0,75 = \frac{d}{\frac{4}{5}v} \quad \text{ssi} \quad d + 0,75v = \frac{5}{4}d \quad \text{ssi} \quad -\frac{1}{4}d + \frac{3}{4}v = 0 \quad \text{ssi} \quad -d + 3v = 0$$

Mais la distance restante d l'est après 1 h à la vitesse v , soit $d = D - 1 \times v = D - v$

Nous avons donc :

$$-(D - v) + 3v = 0 \quad \text{ssi} \quad -D + 4v = 0$$

Dans la seconde possibilité, le retard uniquement dû à la vitesse lente est de 30 min = 0,5 h.

Si nous notons d' la distance restante après l'arrêt, nous avons :

$$\frac{d'}{v} + 0,5 = \frac{d'}{\frac{4}{5}v} \quad \text{ssi} \quad d' + 0,5v = \frac{5}{4}d' \quad \text{ssi} \quad -\frac{1}{4}d' + \frac{1}{2}v = 0 \quad \text{ssi} \quad -d' + 2v = 0$$

Cependant, l'accident arrive cette fois ci 30 km plus loin, donc la distance restant à parcourir est de 30 km inférieure à la distance restante dans le cas précédent d , soit $d' = D - v - 30$

Nous avons donc :

$$-(D - v - 30) + 2v = 0 \quad \text{ssi} \quad -D + 3v = -30$$

- **Résolution** : il vient

$$\begin{cases} 4v - D = 0 \\ 3v - D = -30 \end{cases} \quad \text{ssi} \quad \begin{cases} 4v - D = 0 \\ v = 30 \end{cases} \quad [L_1 - L_1 \rightarrow L_2] \quad \text{ssi} \quad \begin{cases} D = 120 \\ v = 30 \end{cases}$$

- **Vérification** :

1. Si la vitesse normale est de 30 km/h et la distance totale de 120 km, alors nous devrions avoir un temps normal de $\frac{120}{30} = 4$ h.

S'il marche pendant 1 h à 30 km/h, il parcourt 30 km et il lui en reste $120 - 30 = 90$ km.

Ces 90 km sont parcourus à $\frac{4}{5} \times 30 = 24$ km/h, soit un parcours de $\frac{90}{24} = 3,75$ h.

Le voyage a donc duré $1 + 0,5 + 3,75 = 5,25$ h soit 5 h 15 min et nous avons donc bien 1 h 15 min de retard sur les 4 h prévues.

2. Si l'accident a lieu 30 km plus loin, c'est donc qu'il a roulé 1 h de plus à 30 km/h, soit 2 h en tout avant l'accident.

Il lui reste donc $120 - 60 = 60$ km à parcourir, à la vitesse de 24 km/h, soit un parcours de $\frac{60}{24} = 2,5$ h.

Ce voyage a donc duré $2 + 0,5 + 2,5 = 5$ h et nous avons donc bien 1 h de retard sur l'horaire prévu.

- **Conclusion** : ainsi donc la distance totale est de 120 km et la vitesse normale du train est de 30 km/h.